Aus der Universitäts-Kinderklinik in München.
Direktor: Professor Dr. M. v. Pfaundler.

Die Körperlänge von Münchner Schulkindern

dargelegt nach den Prinzipien der Kollektivmaßlehre.

■ ■ ■

INAUGURAL-DISSERTATION

zur

Erlangung der Doktorwürde

in der

gesamten Medizin

verfasst und einer

hohen medizinischen Fakultät

der

Kgl. bayer. Ludwig-Maximilians-Universität zu München

vorgelegt von

Eduard Riedel.

■ ■ ■

München 1913.
RUDOLPH MÜLLER & STEINICKE.

Gedruckt mit Genehmigung der medizinischen Fakultät
der Universität München.

Referent: Herr Professor Dr. M. v. Pfaundler.

Meinen Eltern!

A. Methodisches.

Die Kenntnis der Körpermaße des Menschen in den verschiedenen Perioden seiner Entwicklung hat physiologisches, ethnologisches, soziales und klinisches Interesse. Seit Quételet die wissenschaftliche Anthropometrie inauguriert hat, wurden namentlich über Körperlänge und Körpergewicht in gewissen Altersstufen viele Erhebungen gepflogen. Das Ergebnis solcher Erhebungen ist in jedem Falle zunächst eine mehr oder minder große Reihe von Einzelwerten. Eine Originalliste über etliche Hundert oder Tausend solcher Einzelwerte ist aber wegen ihrer Unübersichtlichkeit wenig instruktiv und nicht direkt verwendbar. Man hat daher stets darnach gestrebt, die vielen Einzelwerte gewissermaßen zusammenzufassen und für ihre Gesamtheit einen Repräsentanten zu finden. Als solcher Repräsentant einer Reihe, für den jeder Einzelwert mitbestimmend ist, gilt namentlich das arithmetische Mittel. Viele Untersucher beschränken sich darauf, die arithmetischen Mittel der Körpermaße verschiedener Gruppen von Individuen mitzuteilen. Es liegt aber auf der Hand, daß das Mittel über die eigentliche Beschaffenheit der Zahlenreihe, die es vertreten soll, keinen Aufschluß gibt.

Die beiden folgenden Zahlenreihen:

A) 8, 9, 9, 10, 10, 10, 10, 11, 11, 12 und
B) 0, 2, 4, 6, 8, 12, 14, 16, 18, 20

haben dasselbe arithmetische Mittel M = 10 und dennoch einen sehr verschiedenen Aufbau; dieser folgt offenbar differenten Gesetzen, die im Durchschnittswerte gar nicht zum Ausdruck kommen. Die Vorzüge dieses Durchschnittswertes, die Kürze und scheinbare Präzision seines Ausdruckes haben vielfach direkt dazu verleitet, die Schwankungsbreite der Norm, „den Kernpunkt aller auf die körperliche Entwicklung bezüglichen Fragen“ (Samosch) gänzlich außer Acht zu lassen. Solches birgt aber die Gefahr von groben Fehlschüssen, wie beispielsweise der Deutung der Minusvarianten als pathologische Produkte im engeren Sinne des Wortes.

Wohl hat man neben dem Durchschnittswerte vielfach aus anthropometrischen Reihen auch die Maximal- und die Minimalwerte angeführt; doch wird damit wenig erreicht, denn hier handelt es sich um Extreme, um „Zufälligkeiten“, die zumeist mit

den natürlichen Reihen, zu denen sie gehören, in keinerlei engerem Zusammenhange stehen und namentlich mit den Schwankungen, bzw. Abstufungen der dazwischen liegenden Glieder nichts zu tun haben.

Fachstatistiker und Mathematiker waren bemüht, praktische Methoden zur besseren Charakterisierung von Zahlenreihen anzugeben. Man kann zu diesem Behufe beispielsweise berechnen und neben dem Durchschnittswerte mitteilen, um wieviel jede Einzelzahl einer Reihe von der berechneten Mittelzahl durchschnittlich abweicht. Diese durchschnittliche Abweichung des Einzelwertes nennt Ihering den Oszillations-Exponenten (o). Bezeichnet man die Abweichungen der verschiedenen Einzelwerte vom Mittelwert als δ_1, δ_2, etc. und die Summe aller dieser Abweichungen als $\Sigma\delta$, die Zahl der Einzelwerte aber als n, so wäre $o = \frac{\Sigma\delta}{n}$. Je kleiner dieser Exponent ist, desto mehr müssen sich die Einzelwerte dem Durchschnittswerte anschließen. In der ersten der beiden oben als Beispiel angeführten Zahlenreihen (A) beträgt der Oszillations-Exponent 0,8, in der zweiten (B) ein mehrfaches davon, nämlich 6,0. Man erkennt, daß die Angabe dieses Schwankungsmaßes eine bedeutende Ergänzung der Angabe des Durchschnittswertes darstellt.

Weitere Möglichkeiten der Beschreibung von Zahlenreihen ergeben sich durch Anwendung der Methoden der Wahrscheinlichkeitsrechnung, nämlich jener, die sich auf das sogen. Gauß-sche Fehlergesetz stützen. Die Berechtigung, diese Methoden auch in der Anthropometrie sinngemäß anzuwenden, ist a priori nicht gegeben; sie wurde aber für gewisse Fälle zum Teil schon von Quételet, später von Lexis, Stieda und von Knapp dargetan. Auf diese Arbeiten und namentlich auf die geistvoll vertieften Studien von E. K. Ranke und Greiner über den Gegenstand einzugehen, müssen wir uns hier versagen.

Bei solcher Anwendung des Fehlergesetzes wird die natürliche Variation der Körpermaße gewissermaßen — sit venia verbo! — auf Fehler zurückgeführt, die die Natur als Massenerzeugerin des Artikels „Mensch" bei den verschiedenen Einzelexemplaren macht. Analog dem Vorgehen der Astronomen und Physiker bei der Bearbeitung von Messungsergebnissen an ein und demselben Objekt, die infolge „zufälliger Fehler" gewisse Abweichungen zeigen, kann auf Grund des Fehlergesetzes aus anthropometrischen Reihen der wahrscheinlichste Wert der gesuchten Größe erschlossen werden und man kann weiter ermitteln, welche Genauigkeit die Einzelmessung und das arithmetische Mittel erreichen. Das Fehlergesetz nimmt an, derjenige Wert der unbekannten Größe sei der wahrscheinlichste, der an den Beobachtungen Fehler zurückläßt, deren Quadratsumme jeweils ein Minimum ist. Auf dieses Gesetz, dessen Voraussetz-

ungen in dem hier zu behandelnden Falle erfüllt zu sein scheinen (siehe hierüber unten), gründen sich folgende Formeln:

Für den mittleren Fehler (die mittlere Abweichung) der Einzelbestimmung: $f = \sqrt{\frac{\Sigma\delta^2}{n-1}}$ *) . . . . . 1)

Für den mittleren Fehler des arithmetischen Mittels:

$$F = \sqrt{\frac{\Sigma\delta^2}{n(n-1)}} \quad . . . . . 2)$$

Für den wahrscheinlichen Fehler (Abweichung) der Einzelbestimmung: $r = 0{,}6745 \sqrt{\frac{\Sigma\delta^2}{n-1}}$ . . . . . 3)

Für den wahrscheinlichen Fehler des arithmetischen Mittels: $R = 0{,}6745 \sqrt{\frac{\Sigma\delta^2}{n(n-1)}}$ . . . . . 4)

Der wahrscheinliche Fehler ist dadurch definiert, daß er von dem wirklichen (unbekannten) Fehler des gefundenen Einzelwertes mit gleicher Wahrscheinlichkeit nach oben und nach unten abweicht. Er ist größer als die eine Hälfte der Abweichungen und kleiner als die andere. Aus dieser Definition ergibt sich, daß in jeder Zahlenreihe zwischen den Werten M + r und M — r die Hälfte der einzelnen Daten gelegen sein muß.

Für die Formel 3, die im folgenden Verwendung gefunden hat, gibt es auch eine bequemer zu berechnende Näherungsformel:

$$r^1 = \pm 0{,}8453 \frac{\Sigma\delta}{n} \quad . . . . . 3a)$$

Diese Näherungsformel wurde von uns nur nebenher berechnet, um zu zeigen, welche Abweichungen bei ihrer Verwendung zu gewärtigen wären.

Eine geradezu erschöpfende Charakterisierung von anthropometrischen Zahlenreihen kann endlich erreicht werden durch Darstellung des Variations-Polygons bzw. der nach Gauß benannten Kurve. Zur Erläuterung der beiden Begriffe folgen wir den überaus anschaulichen Darlegungen Goldschmidts. Nach diesen hat Galton einen Apparat konstruiert, den die beiliegende Figur 1 wiedergibt und der an das „Tivoli" genannte Spielzeug erinnert. „Auf dem Brett sind regelmäßige Reihen von Nägeln angebracht und unten eine Anzahl Abteile durch senkrechte Leisten abgegrenzt. Oben springen zwei Backen vor, die zwischen sich eine schmale Einlaufgasse freilassen. Durch diese läßt man nun Schrotkugeln einlaufen, indem man gleichzeitig das Brett schräg stellt. Der Erfolg ist im Bilde zu sehen: Die Kügelchen sammeln sich unten in den Fächern an und zwar bilden sie hier eine symmetrische Treppenfigur, indem sich die meisten Schrotkörner in den mittleren Fächern, die wenigsten

*) Bedeutung der algebraischen Zeichen wie oben. Die Bezeichnungen f, F, r und R wurden nach Stieda gewählt.

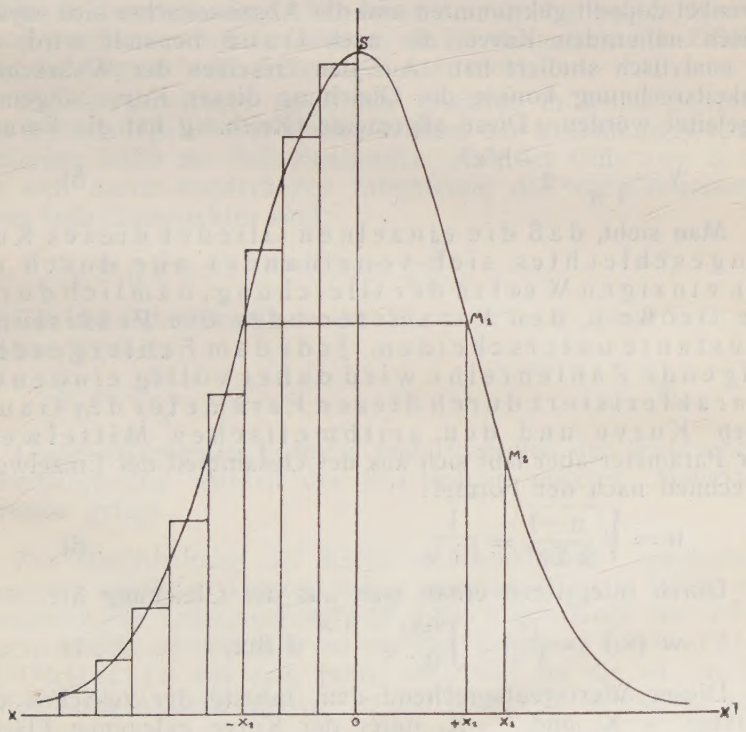
in den äußeren ansammeln.“ „Wie erklärt sich nun die Anordnung der Schrotkugeln in dem Apparat, der von Galton konstruiert wurde? Ein jedes einlaufende Schrotkorn stößt an einen Nagel an, der es je nach Zufall nach rechts oder nach links ablenkt. Gelangt es dann zum nächsten Nagel, so passiert das gleiche und so fort. Da nun kein Grund vorliegt, anzunehmen, daß die Stöße nach rechts oder links bevorzugt werden, so wird es wohl der Zufall fügen müssen, daß am häufigsten jedem Stoß nach links einer nach rechts entspricht, mithin die meisten Körner schließlich doch geradeaus ins Mittelfach gelangen. Würden allerdings auf ein Korn mehrmals hinter einander Stöße nach links treffen, dann würde es schließlich in einem weiter links gelegenen Fach landen müssen und nur, wenn zufällig ausschließlich Stöße nach links auf das Korn treffen, wird es soweit nach links abgelenkt, daß es schließlich in das äußerste Fach hineingelangen muß. Es ist klar, daß dieses zufällige Eintreffen sehr unwahrscheinlich ist, daß die Wahrscheinlichkeit aber immer größer wird, je weniger Stöße nach der gleichen Seite treffen. Daß also nur wenige Körner in die äußeren Fächer gelangen und immer mehr, je mehr es nach der Mitte geht, ist einfach ein Ausdruck des wahrscheinlichen Eintreffens einer dem Zufall überlassenen Wirkung der Hindernisse. Die Treppenlinie ist die Verteilung nach dem Gesetz der Wahrscheinlichkeit, auch das Gauß'sche Fehlergesetz oder das Zufallsgesetz genannt, dem ein jedes zufällige Geschehen gehorcht; denn auch der Zufall hat sein Gesetz.“

Goldschmidt legt nun weiter dar, welche Analogie zwischen der Anordnung der Schrotkugeln in Galtons Apparat nach Beendigung ihres Laufes und jener der Maße organischer Gebilde nach Ablauf einer bestimmten zeitlich begrenzten Periode ihrer Entwicklung besteht. Auf unsere Frage, nämlich die nach der Körperlänge von Kindern bestimmten Alters übertragen, würde sich die Analogie folgendermaßen darstellen: Während des „dahinrollenden“ Lebens (vor und nach der Geburt), stoßen die einzelnen menschlichen Individuen gewissermaßen an die „Nägel der Natur“ an, nämlich an die unzähligen kleinen der Entwicklung günstigen oder aber ungünstigen, das Wachstum fördernden oder aber beeinträchtigenden Zufälligkeiten der äußeren Umstände, die derart in ihrer Gesamtheit den Wachstumseffekt bestimmen. Am häufigsten muß es sich nach den Gesetzen des Zufalles innerhalb einer bestimmten Reihe von Beobachtungen, die nicht etwa irgendwie einseitig beeinflußt werden, ereignen, daß die günstigen und ungünstigen Wirkungen sich gegenseitig aufheben, so daß Menschen von einer mittleren, für die Rasse typischen Größe entstehen; seltener werden die günstigen oder die ungünstigen Milieu-Einflüsse überwiegen und so eine Ablenkung im einen oder anderen Sinne bewirken und am seltensten wird es vorkommen, daß ein Individuum ausschließlich an

günstige oder an ungünstige „Milieu-Nägel“ anstößt und dadurch den Maximal- bzw. den Minimalwert des Wachstumszieles erreicht. Die Variabilität wird in unserem Falle sicher noch durch Verschiedenheiten der Keimzellen vor ihrer Vereinigung, also durch Umstände vermehrt, die der Uranfang der Ontogenese schon gegeben findet, die aber nach ihrer mutmaßlichen Entstehung keinen anderen Gesetzen folgen und die Sachlage demnach nicht grundsätzlich ändern.

Zur Darstellung des Variations-Polygones anthropometrischer Zahlenreihen geht man einfach so vor, daß man das gesamte Material von Zahlen nach der Größe des in Frage kommenden Faktors, in unserem Falle nach der Körperlänge, in Gruppen teilt, etwa von Zentimeter zu Zentimeter und zählt, wie viele Einzelwerte den einzelnen Gruppen zufallen. Auf einer Grundlinie (Abszissen-Achse, Taf. 1) wird ein Maßstab der Körperlänge

Tafel I.



xx' = Abszissenachse
oS = Ordinatenachse.
o = Nullpunkt.
S = Scheitelpunkt.
M_1, M_2 = (zwei Kurvenpunkte. M_1 hier der Inflexionspunkt).
$oX_1 = x_1$, $X_1M_1 = y_1$ = Koordinaten von M_1.

aufgetragen und über den in dem Gesamtzahlenmaterial vorkommenden Abschnitten dieses Maßstabes werden gleich breite Rechtecke gezeichnet, deren Höhen (also auch Flächeninhalte) der Zahl der in die betreffende Gruppe fallenden Einzelwerte proportional ist. Um Erhebungen miteinander vergleichen zu können, die ein verschieden großes Gesamtmaterial betreffen, verwendet man statt der absoluten Werte für diese Ordinaten, relative, z. B. Promillewerte. Das so gewonnene Diagramm ist analog der symmetrischen Treppenfigur, die die Kügelchen in Galtons Apparat bilden. Vereinfacht wird diese Darstellung zum Variations-Polygon dadurch, daß man, anstatt die Rechtecke zu bilden, nur die einzelnen Höhen aufträgt und ihre Endpunkte durch eine mehrfach gebrochene Linie verbindet. Je größer die Zahl der Messungen (bzw. Kügelchen) und der Unterabteilungen (bzw. Fächer) wird, desto mehr nähert sich diese gebrochene Linie einer gesetzmäßig verlaufenden, symmetrischen, in jedem Schenkel doppelt gekrümmten und der Abszissenachse sich asymptotisch nähernden Kurve, die nach Gauß benannt wird, der sie analytisch studiert hat. Aus den Gesetzen der Wahrscheinlichkeitsrechnung konnte die Gleichung dieser Kurve allgemein abgeleitet werden. Diese allgemeine Gleichung hat die Formel:

$$y = \frac{h}{\sqrt{\pi}} \cdot e^{-h^2x^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 5)$$

Man sieht, daß die einzelnen Glieder dieses Kurvengeschlechtes sich voneinander nur durch einen einzigen Wert in der Gleichung, nämlich durch die Größe h, den Parameter oder die Präzisionskonstante unterscheiden. Jede dem Fehlergesetze folgende Zahlenreihe wird daher völlig eindeutig charakterisiert durch diesen Parameter der Gaußschen Kurve und den arithmetischen Mittelwert. Der Parameter aber läßt sich aus der Gesamtheit der Einzelwerte berechnen nach der Formel:

$$h = \sqrt{\frac{n-1}{2\,\Sigma\delta^2}} = \frac{1}{f\sqrt{2}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots 6)$$

Durch Integrieren erhält man aus der Gleichung 5):

$$w\,(x_1) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot \int_0^{hx_1} e^{-h^2x^2}\, d\,(hx) \quad \ldots\ldots 7)$$

Dieser Wert (entsprechend dem Inhalte der zwischen den Punkten $+ X_1$ und $- X_1$ unter der Kurve gelegenen Fläche) gibt die Wahrscheinlichkeit an, daß die für einen beliebigen Einzelfall gefundene Abweichung zwischen den Abweichungswerten $M + x_1$ und $M - x_1$ gelegen sei. $n \times w\,(x_1)$ ist die absolute Zahl der von n Beobachtungen innerhalb dieser Grenzen gelegenen. Die Formel 6) ermöglicht es, das Variations-Polygon,

bzw. die Gauß-Kurve auf Grund der Kenntnis ihres Parameters zu konstruieren. Man berechnet zunächst die Werte $h\,x_1$, $h\,x_2$, $h\,x_3$ etc. und findet auf besonderen Tafeln*) die Werte für die Integrale $w(x_1)$, $w(x_2)$, $w(x_3)$, etc. Nun bildet man die Werte $z_{1\text{-}2} = \frac{n}{2}\left(w(x_2) - w(x_1)\right)$, $z_{2\text{-}3} = \frac{n}{2}\left(w(x_3) - w(x_2)\right)$ etc. $z_{1\text{-}2}$ ist dann gleich der Anzahl von Fällen, die unter n Fällen einen Abweichungswert größer als x_1 und kleiner als x_2 besitzen. Hat man x_1, x_2 etc. so gewählt, daß sie um je eine Maßeinheit voneinander abweichen, so können die Werte $z_{1\text{-}2}$, $z_{2\text{-}3}$ etc. direkt als die Höhen der Rechtecke zum Variations-Polygon und (mit Annäherung) als die Ordinaten der zwischen X_1 und X_2, X_2 und X_3 etc. gelegenen Punkte der Gauß'schen Kurve angesehen werden.

Vergleicht man eine derart konstruirte Gauß-Kurve mit der beobachteten, so wird aus einer (nach der Anzahl der Einzelfälle zu beurteilenden) Uebereinstimmung der beiden Kurven darauf geschlossen werden können, ob für die untersuchte Zahlenreihe das Gauß'sche Gesetz gilt oder nicht.

Die Gauß-Kurve zeigt, wie erwähnt, in jedem Schenkel zwei Krümmungen. Der Punkt, in dem der Krümmungswechsel stattfindet, heißt der Inflexionspunkt. Aus der Gleichung 6) ergibt sich durch wiederholtes Integrieren, daß die Coordinaten dieses Inflexionspunktes sind:

$$x_i = \frac{1}{h\sqrt{2}} = f \text{ und } y_i = \frac{h}{\sqrt{e\,\pi}} \quad \ldots\ldots 8)$$

Für die Scheitelordinate der Kurve ($x = 0$) erhält man aus 5) ohne weiteres:

$$y_o = \frac{h}{\sqrt{\pi}} \quad \ldots\ldots 9)$$

Diese allgemeinen Formeln und Prinzipien der Wahrscheinlichkeitsrechnung wurden der Bearbeitung unseres Materiales zugrunde gelegt.

Zur Beschreibung der Körpermaßverhältnisse wachsender Menschen wurde in solcher Weise unseres Wissens bisher nur ausnahmsweise vorgegangen.**) Was die Körperlänge von Schulkindern betrifft, so liegt eine einschlägige Erhebung von Geißler und Uhlitzsch aus dem Jahre 1888 vor, auf die wir im folgenden noch zurückkommen. In den letzten 25 Jahren ist aber

*) Wir benützten die von Bruno Kämpfe zusammengestellten, im Verlage W. Engelmann (Leipzig 1893) erschienene Tabelle (Sonderabdrnck aus Wundt, Philosophische Studien, Bd. IX. 1. Heft).

**) In J. Ranke „Der Mensch" II. Bd. S. 103 findet eine Arbeit des Dänen Sören Hansen über die Fußlänge der dänischen Soldaten Erwähnung, die mit dieser Methode vorgeht.

der Weg dieser Autoren anscheinend nicht mehr beschritten worden. Unseres Erachtens haftet dem Vorgehen von Geißler und Uhlitzsch ein wesentlicher Mangel an, den wir zu vermeiden bestrebt waren. Die Autoren haben ihr Gesamtmaterial nach Geschlecht und Lebensalter in mehrere Gruppen geteilt und für jede dieser Gruppen die Berechnung der wahrscheinlichen Abweichung, für einzelne Gruppen auch die Konstruktion und Berechnung der Gauß-Kurve durchgeführt. Bei solchem Vorgehen werden Individuen zusammengefaßt, die unter sich eine Altersdifferenz von bis zu 12 Monaten aufweisen und deren Körperlänge demgemäß ganz unabhängig von der individuellen Schwankung schon der Altersdifferenz zufolge um 4—6 cm abweichen kann. Die so gewonnenen Variationskurven drücken daher gar nicht rein die individuellen Schwankungen aus. Wir strebten reinere Verhältnisse an. Der Einfluß der Altersschwankungen innerhalb der Einzelgruppen sollte gänzlich ausgeschaltet werden. Ein ideales Material für solche Zwecke wäre zu gewinnen, wenn man Schulkinder systematisch an ihren Geburtstagen messen würde, (was auch im Großen gewiß nicht völlig undurchführbar wäre); da wir uns aber an ein gegebenes und dieser Anforderung nicht entsprechendes Material zu halten hatten, mußten wir eine Reduktion der gefundenen tatsächlichen Werte auf den mutmaßlichen Wert an dem zeitlich nächststehenden Geburtstage vornehmen. Ueber die Einzelheiten dieses Vorgehens siehe unten. Die Einwände, die man gegen dieses Verfahren erheben könnte, daß nämlich der Längenzuwachs innerhalb der in Betracht kommenden 1 6 Monate nicht bei allen Kindern ein gleichmäßiger ist, als welcher er natürlich angenommen werden mußte, wird dadurch entkräftet, daß die in Frage kommende Differenz und damit der bei der Reduktion zustande kommende Fehler für die Mehrzahl der Fälle in die Fehlerbreite der Körperlängenbestimmung an sich hineinfällt.

B. Gewinnung und Vorbereitung des Materiales.

Der Bearbeitung wurden die Körperlängenverhältnisse der Frequentanten von drei Münchner Volksschulen nach den Eintragungen in den dort eingeführten „Gesundheitsbogen" zugrunde gelegt. Diese Bogen geben nicht nur Bescheid über die Maße der Länge, sondern auch über die des Gewichtes und des Brustumfanges, sodann über die körperliche Beschaffenheit und den Ernährungszustand der Untersuchten, wobei Zeichen früherer Erkrankungen (Rachitis, Skrophulose u. a.) sowie bestehende Haut- und Drüsenkrankheiten oder Verdachtsmomente für Tuberkulose der Lungen besondere Erwähnung fanden. Letztere Eintragungen stammen von den Schulärzten, während von den Leh-

rern über die Messungen von Körperlänge und -Gewicht berichtet ist. Dazu kommen noch als allgemeine Aufzeichnungen der Stand der Eltern, die Personalien des betreffenden Kindes, sowie Geburtstag, Tag der ärztlichen Untersuchung und endlich der Termin, an dem das Lehrpersonal seine Erhebungen gemacht hat. Die Messungen sind bis zum Schuljahre 1912/13 nur beim Eintritt in die Schule und beim Austritt gemacht worden; die neue Einführung der fortlaufend halbjährlichen Messung konnte für unsere Studien noch nicht verwertet werden. Ausgewählt wurden die Gesundheitsbogen der Guldein-, Dom- und Stielerschule, um ein Material zu gewinnen, das tunlichst aus verschieden sozialen Verhältnissen stammte. Während die eine Schule vorwiegend von Kindern der Arbeiterkreise, die andere großenteils von Kindern aus dem bürgerlichen Mittelstande bevölkert ist, verteilen sich dem Vernehmen nach die verschiedenen sozialen Gesellschaftsklassen fast in gleichem Maße auf die dritte Schule.

Bei der Zusammenstellung des Zahlenmaterials zeigte sich bald, daß die Messungen nicht unter durchweg gleichen Umständen gemacht worden waren. Wir danken es der Zuvorkommenheit der Herren Oberlehrer, daß wir diesem Umstande Rechnung tragen und die Daten auf gleiches Niveau bringen konnten. Mancher Lehrer hatte die Körperlänge der beschuhten Kinder gemessen und für die Absätze einen Abzug von 2 cm von dem erhaltenen Werte gemacht. Meist war aber die Länge nach Ablegung des Schuhwerkes ermittelt worden. Die Wägung war teils nahezu in unbekleidetem Zustand (Hemd), teils in „leichter Bekleidung" vorgenommen worden, In letzterem Falle hatte man entsprechende Abzüge teils gemacht, teils unterlassen. Eine besondere Nachforschung stellte diese Verhältnisse im Einzelnen genau fest und gestattete Korrektur und Reduktion der Werte auf durchweg Nacktgewicht. Das mittlere Gewicht der Unterkleidung wurde angesetzt mit 1 kg, das der Schuhe mit 0,8 kg.

Aus diesen verbesserten Daten der Gesundheitsbogen wurden auf Zählkarten Auszüge gemacht, die den Stand der Eltern, die Personalien und den Geburtstag des betreffenden Kindes, sowie den Messungstermin und die gefundenen Werte enthielten. Der Ernährungszustand und — davon nach dem zweckmäßigen Brauche der hiesigen Schulärzte getrennt — die körperliche Beschaffenheit sind gemäß dem Ergebnis der ärztlichen Untersuchungen mit 1 = gut, 2 = mittel und 3 = schlecht benotet, während Rachitis, Skrofulose, Tuberkulose oder Anaemie positiven Falles besondere Erwähnung finden.

Aus der Differenz der beiden Termine, dem Geburtstag und dem Tag, an dem die Messung vorgenommen war, wurde jeweils das Alter des Kindes ermittelt, in dem es die betreffenden Maßverhältnisse dargeboten hatte. Dabei wurden in Abrundung der Daten nur Jahre und Monate berücksichtigt. Aus der Ma-

terialbeschaffenheit ist es verständlich, daß die größte Anzahl der Kinder in einem Alter von $5^1/_2$—$7^1/_2$ Jahren befunden wurde. Aeltere sowie jüngere Kinder waren in so geringer Menge vertreten, daß wir sie von der Bearbeitung ausschließen mußten.

Aus der Altersweite von 5 Jahren 7 Monaten bis 6 Jahre 6 Monate und von 6 Jahren 7 Monaten bis 7 Jahre 6 Monate wurden für beide Geschlechter je zwei Altersklassen gebildet.

Es galt nun für jeden Einzelfall die oben erwähnte Reduktion der Körpermaße auf das Alter von 6 bzw. 7 Jahren vorzunehmen, Das Vorgehen hiebei war folgendes.

Für jede Altersklasse wurde der arithmetische Mittelwert der Körperlänge und des Körpergewichtes berechnet. Da die Verteilung der Kinderzahl auf die Jahresabschnitte keine gleichmäßige war — die Frequenz der Fälle stieg in der höheren Altersstufe mit abnehmendem, in der niederen mit zunehmendem Alter — so mußte noch berechnet werden, für welches Alter der gefundene Mittelwert Geltung hatte.

Der Mittelwert für die Altersgruppe von 5 Jahren 7 Monaten bis 6 Jahre 6 Monate hatte darnach z. B. Gültigkeit für das Alter 6 Jahre 3 Monate, während der Mittelwert für die höheren Altersklassen einem Alter von 6 Jahren 10 Monaten entsprach. Die Differenz der beiden Mittelwerte ergab hiernach die mittlere Längen- bzw. Gewichtszunahme für 7 Monate. Ein Siebentel davon ist der mittlere Zuwachs pro 1 Monat.

Diese Berechnung ergab für jede der drei Schulen, bei Knaben und Mädchen etwas differente Werte.

Zur Erläuterung des Vorgehens diene noch folgendes Beispiel: (Guldeinschule, Mädchen):

Mittleres Alter der Individuen der jüngeren Altersklasse ($5^7/_{12}$ - $6^8/_{12}$ Jahre) . . . . . $6^8/_{12}$

Mittleres Alter der Individuen der höheren Altersklasse ($6^7/_{12}$ - $7^6/_{12}$ Jahre) . . . . . $6^{10}/_{12}$

Differenz der beiden Altersmittelwerte . . . . $^7/_{12}$ Jahre.

Mittlere Körperlänge in beiden Altersklassen: 110,55 bezw. 113,00 cm.

Differenz, d. i. mittlerer Zuwachs pro 7 Monate: 2,45 cm.

Mittleres Gewicht in beiden Altersklassen: 18,79 bezw. 19,52 kg.

Differenz, d. i. mittlerer Zuwachs pro 7 Monate: 0,73 kg.

Hieraus mittlerer Zuwachs von Körperlänge und -Gewicht dieser Mädchen pro Monat 0,35 cm bezw. 0,1 kg.

Diese Werte waren es, die zur „Alterskorrektur" auf jeder einzelnen Zählkarte Verwendung fanden. Die durch die Kleider- und die Alterskorrektur aus den Originalbruttowerten gewonnenen Nettowerte repräsentieren also die Länge, bzw. das Gewicht des nackten Körpers an dem 7. bzw. 8. Geburtstage des betreffenden Kindes. Nur diese Nettowerte wurden den weiteren Verarbeitungen zugrunde gelegt.

Da das individuelle Wachstum des einzelnen Kindes von dem mittleren Wachstum der Gesamtheit abweichen kann, sind — wie erwähnt — bei solcher Altersreduktion gewisse Fehler unvermeidlich. Es berechnet sich aber, daß diese in der überwiegenden Mehrzahl der Fälle den absoluten Wert von ± 0,5 cm bezw. ± 0,2 kg nicht erreicht haben können.

Soweit war noch jede Schule allein bearbeitet worden und zwar die Guldeinschule (Mädchen) vom Verfasser, die übrigen Schulen und Abteilungen von fünf anderen Herrn Kollegen. Zur Bearbeitung der mir speziell gestellten Aufgabe wurde nun das Material aus allen drei Schulen gesammelt und von allen Angaben der Zählkarten nur jene über die Körperlängenverhältnisse verwendet.

Verteilung der erhobenen Körperlängenmasse auf die einzelnen Längenstufen.

Absolute Zahlen. Tabelle A.

Körperlänge abgerundet in cm	B	C	D	E
	Knaben		Mädchen	
	6 Jahre	7 Jahre	6 Jahre	7 Jahre
	v	v	v	v
88	1	—	—	—
89	—	—	—	—
90	—	—	1	—
91	—	—	—	—
92	—	—	—	1
93	—	—	2	1
94	—	1	—	2
95	—	—	1	2
96	—	—	1	1
97	5	2	6	1
98	2	2	6	1
99	9	5	8	4
100	11	4	9	5
101	19	4	33	7
102	23	6	29	8
103	38	8	21	11
104	42	6	42	17
105	43	14	47	22
106	47	13	51	31
107	56	24	76	34
108	86	26	73	34
109	80	41	77	43
110	70	45	48	55
111	90	41	66	67
112	79	46	72	50
113	69	62	77	61
114	82	42	48	60
115	60	50	31	59
116	64	51	37	53
117	33	50	25	51
118	37	41	19	52
119	19	32	13	37
120	19	16	15	33
121	13	25	6	26
122	9	21	7	10
123	12	12	4	13
124	3	12	2	9
125	3	8	—	8
126	2	6	4	10
127	1	5	—	3
128	2	3	1	3
129	2	1	1	2
130	1	1	1	1
131	—	—	—	—
132	—	—	—	—
133	1	2	—	2
134	—	—	—	1
135	1	—	—	—
136	—	—	—	—
137	—	—	—	2
138	—	—	—	—
139	—	—	—	—
140	—	—	—	—
141	—	—	—	—
142	—	—	—	—
143	—	—	—	—
144	—	—	—	—
145	—	—	—	1
Gesammtzahl der Fälle .	1134	728	960	894

C. Bearbeitung des über die Körperlänge gesammelten Materiales. Ergebnisse.

In der Tabelle A ist die Verteilung der angetroffenen, vorkommenden Körperlängenmaße für jedes Geschlecht und jede Altersklasse angegeben. Die Werte sind in der Weise abgerundet, daß jeweils Bruchteile von Zentimetern bis 0,5 zu dem vorhergehenden, solche über 0,5 zu dem nächstfolgenden Längenwerte gezählt wurden.

Mit v bezeichnet worden ist die absolute Zahl der Fälle, die für jedes einzelne Körpermaß gefunden worden waren. Ihre Summe ergab für jede Altersklasse und jedes Geschlecht die absolute Anzahl der gemessenen Kinder (n). Die Gesamtzahl der Messungen belief sich auf 1862 Knaben und 1854 Mädchen, also 3716 Kinder, die sich auf die beiden Altersgruppen wie folgt verteilen:

6 Jahre: 1134 Knaben; 960 Mädchen.
7 Jahre: 728 Knaben; 894 Mädchen.

Das arithmetische Mittel (M) der Körperlänge beträgt:

	6 Jahre	7 Jahre
Knaben	110,90 cm	114,05 cm
Mädchen	109,71 cm	113,31 cm

Die Differenz zwischen dem arithmetischen Mittel M und dem gefundenen (abgerundeten) Werte der Körperlänge ergab die Abweichung jedes Einzelfalles δ, die Summe dieser Abweichungen (ohne Rücksichtnahme auf ihr Vorzeichen) $\Sigma\delta$ und der Oszillationsexponent berechnete sich nach $\frac{\Sigma\delta}{n}$ auf:

	Knaben	Mädchen
6 Jahre	4,3968	4,3583
7 Jahre	4,5797	4,7998

Die Fehlerquadratsumme $\Sigma\delta^2$ wurde durch Summation der Quotienten: Abweichung vom Mittelwert (in jeder Untergruppe) zur zweiten Potenz mal Anzahl der diese Abweichung bietenden Individuen („Gewicht" der Untergruppe) erhalten.

Für die mittlere Abweichung f des Einzelwertes berechnete sich nach der Formel 1)

	Knaben	Mädchen
6 Jahre	5,5962	5,5040
7 Jahre	5,8511	6,2183

Für die mittlere Abweichung F des arithmetischen Mittels nach der Formel 2)

	Knaben	Mädchen
6 Jahre	0,1662	0,1776
7 Jahre	0,2169	0,2080

Für die wahrscheinliche Abweichung r des Einzelwertes nach Formel 3)

	Knaben	Mädchen
6 Jahre	3,7747 cm	3,7125 cm
7 Jahre	3,9465 cm	4,1946 cm.

Unter Benützung der Näherungsformel 3a erhält man für r^1:

	Knaben	Mädchen
6 Jahre	3,7166 cm	3,6841 cm
7 Jahre	3,8712 cm	4,0572 cm

Die Differenz beider Bestimmungen ist gering. Dieser Umstand wird vielleicht anderen Bearbeitern dieses Materiales von Wert sein. Von mir wurden lediglich die genauen r-Werte verwertet.

Die Definition des Wertes r = wahrscheinliche Abweichung des Einzelwertes bringt es mit sich, daß von allen einbezogenen Fällen 50 Prozent innerhalb des Spatiums M + r und M — r gelegen sein müssen, d. h. in unserem Falle: die Hälfte aller Kinder jeder Gruppe muß eine Körperlänge haben, die größer ist als M — r und kleiner als M + r.

Dieses Spatium ist durch folgende Längenmaße begrenzt:

	Knaben	Mädchen
6 Jahre	107,1—114,7 cm	106,0—113,4 cm
7 Jahre	110,1—118,0 cm	109,1—117,5 cm

Die Verteilung der Zahlen auf dieses Intervall und auf die Werte über und unter ihm, findet für die einzelnen Altersklassen in folgender Uebersicht Ausdruck:

		Unter M—r	Intervall M—r bis M+r	Ueber M—r
Knaben	6 Jahre	268	584	282
	7 Jahre	179	385	164
Mädchen	6 Jahre	232	514	214
	7 Jahre	204	477	213

Die geringen Abweichungen dieser Verteilung von der theoretisch geforderten erklären sich aus dem Gebrauche abgerundeter Maßzahlen.

Die wahrscheinlichen Abweichungen R des arithmetischen Mittels von dem unbekannten wirklichen Werte berechnen sich nach der Formel 4) auf:

	Knaben	Mädchen
6 Jahre	0,1121	0,1198
7 Jahre	0,1463	0,1403

Das Ansteigen der Werte für r und R mit dem Alter des Kindes ist ein erwartungsgemäßes Ergebnis.

Für die Parameter h der Gaußkurven erhält man nach Formel 6) folgende Werte:

	Knaben	Mädchen
6 Jahre	0,12635	0,12847
7 Jahre	0,12085	0,11370

Die Berechnung und Konstruktion der Gauß-Kurven in unserem Falle nach den oben (Seite . ? .) angegebenen Prinzipien soll noch durch ein Beispiel erläutert werden.

Es sei zunächst zu ermitteln, wie viele von den gemessenen 728 Knaben in der Altersklasse 7 Jahre haben erwartungsgemäß eine Körperlänge von rund 118 cm, d. h. eine Körperlänge, die kleiner als 118,5, größer als 117,5 cm ist?

Der arithmetische Mittelwert der Körperlänge ist 114 cm. Man findet $x_2 = 118{,}5 - 114{,}0 = 4{,}5$. Der Kurvenparameter h wurde aus $\Sigma\delta^2$ und n (nach Gleichung 6) auf 0,12085 berechnet; somit ist $hx_2 = 0{,}5438$. Für dieses Argument beträgt das Integral $\frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot \int_0^{0{,}5438} e^{-h^2x^2} \, d(hx)$ nach der Tabelle von Kämpfe $w(x_2) = 0{,}5581$.

Analog erhält man für $x_1 = 117{,}5 - 114 = 3{,}5$, für $hx_1 = 0{,}4230$ und findet $w(x_1) = 0{,}4503$. Nun bildet man $(0{,}5581 - 0{,}4503) \frac{728}{2} = 39{,}21$; d. h. die unter 728 der 7jährigen Knaben zu erwartende Anzahl der rund 118 cm langen beträgt 39,21. Die tatsächlich angetroffene Anzahl beträgt 41; die Uebereinstimmung ist eine recht gute. Setzt man in die letzte Gleichung an Stelle der absoluten Anzahl der Fälle $n = 728$ den Wert 1000 ein, so erhält man die in jener Längenstufe zu gewärtigende Promillezahl: 53,9. Der letztere Wert als Ordinate y_1 über einer Abszisse $x_1 = 118 - 114 = 4$ aufgetragen ergibt einen Punkt der ‰ Gaußkurve.

Nach diesem Verfahren wurde (siehe auf Tabellen B—E) entsprechende Anzahl weiterer Kurven-Punkte für jede Altersgruppe berechnet und hiernach die Konstruktion der auf den Tafeln II bis V dargestellten „theoretischen" Kurven bewerkstelligt. Die Kurven sind behufs direkter Vergleichbarkeit durchweg auf eine Gesamtzahl von 1000 Fällen berechnet; die von den Ordinaten repräsentierten Daten über die erwartungsgemäße Verteilung der Individuen auf die einzelnen Längenstufen sind somit gleichmäßig Promillewerte.

Die Abszissen der Inflexionspunkte (berechnet nach Gleichung 8) betragen für

	Knaben	Mädchen
6 Jahre	± 5,596	± 5,504
7 Jahre	± 5,851	± 6,218

Die dem Inflexionspunkte auf der Minusseite entsprechende Körperlänge ist bei

	Knaben	Mädchen
6 Jahre	105,3	104,2
7 Jahre	108,2	107,1

Eine kleinere als diese Körperlänge („Subinflexionswerte") haben %

	Knaben	Mädchen
6 Jahre	17,02	14,37
7 Jahre	14,01	14,65

(Der konstante theoretische Wert hiefür ist 15,87%).

Die Scheitelordinate (nach Gleichung 9) beträgt bei

	Knaben	Mädchen
6 Jahre	0,0713	0,0725
7 Jahre	0,0682	0,0642

Die Diagramme auf den Tafeln I—IV enthalten neben den berechneten ‰-Gauß-Kurven (ausgezogene Linien) auch für jede Altersgruppe jedes Geschlechtes die entsprechende „beobachtete ‰-Gauß-Kurve", d. h. die den tatsächlich vorgefundenen Verhältnissen entsprechenden objektiven Variationspolygone; diese sind in gestrichelten Linien wiedergegeben. Um die „Gewichte" der einzelnen Untergruppen (v) nicht allzu klein werden zu lassen, sind bei den objektiven Polygonen je zwei benachbarte Längenstufen zusammengenommen. Die dadurch bewirkte (mittlere) Verdoppelung der Anzahl der jeder Stufe zuzuzählenden Fälle, d. i. die Verdoppelung der Ordinaten ist durch Ansetzung eines besonderen Ordinaten-Maaßstabes (rechts) mit halb so großen Einheiten ausgeglichen, derart, daß die direkte Vergleichbarkeit der beiden Kurven erhalten blieb.

Solcher Vergleich ergibt, daß die Uebereinstimmung (unter Berücksichtigung der immerhin beschränkten Zahl von Einzelmessungen) durchweg eine recht befriedigende ist. Auch sind die beobachteten Kurven — wie insbesonders das Diagramm der Tafel VI zeigt — annähernd symmetrisch zur Mittelwertachse. Es kann daraus wohl geschlossen werden, daß die vorliegenden Zahlenreihen praktisch die von Gauß analysierte Struktur haben, daß m. a. W. die Abweichungen der Körperlänge bei den untersuchten Schulkindern dem Fehlergesetze folgen.

Die Darstellung solcher anthropometrischer Daten nach den Regeln der Kollektivmaßlehre soll insbesonders auch dem Vergleiche von Erhebungen an verschiedenem Material dienen. Wir hätten gerne einen solchen Vergleich unserer Ergebnisse mit jenem anderer durchgeführt; so hätte sich zeigen lassen, wie sich die Münchner Schulkinder zu ihren Altersgenossen anderwärts hinsichtlich Körperlänge verhalten. Wir mußten aber bei der Durchsicht der Literatur erkennen, daß ein ausreichend großes Zahlenmaterial, das die Anwendung unserer Darstellungsweise gestatten würde, für die Altersperiode von 6 und 7 Jahren überhaupt noch kaum vorliegt. Einzig verwendbar sind die oben zitierten Mitteilungen von Geißler und Uhlitzsch, aber auch diese nur in beschränktem Sinne, da die Autoren, wie erwähnt, die Körperlängen ungleichaltriger Kinder, z. B. $6^1/_2$ bis 7jähriger ohne Korrektur und Reduktion verarbeitet haben. Wir stellten nun diese Zahlenreihen in gleicher Weise graphisch dar, wie die unseren (Tafel VII) und gaben endlich in den Tafeln VIII und IX übersichtliche Vergleichsbilder der Gauß-Kurven von Geißler-Uhlitzsche für $6^1/_2$ bis 7jährige, von uns für 6jährige und für 7jährige Knaben bzw. Mädchen. Auf beiden Vergleichtafeln müßte die Gauß-Kurve der genannten Autoren zwischen den beiden von uns gewonnenen Kurven, näher aber der für 7jährige Kinder gelegen sein, wenn das Material da

und dort von Kindern annähernd gleicher Größenverhältnisse stammen würde. Man sieht nun aber, daß die Kurve nach G. und U. weit links abliegt von unseren beiden Kurven, mit anderen Worten: jene Kinder waren im Alter von $6^1/_2$ bis 7 Jahren erheblich kleiner als unsere 6 jährigen, schätzungsweise etwa von solcher Körpergröße wie die unseren mit 5 Jahren gewesen wären. Hiernach scheinen die Körperlängenverhältnisse der Frequentanten der gewählten drei Münchner Volksschulen beim Vergleiche in sehr günstigem Lichte, wozu allerdings zu bemerken ist, daß das Vergleichsmaterial aus einem von Bergarbeitern bevölkerten sächsischen Industriebezirke (Freiberg) stammt, in dem die Körpermaße notorisch niedere sind.

Die Bearbeitung der zwei Altersgruppen von 6 und 7 Jahren konnte für diesmal allein in Betracht gezogen werden, da nur die Maße der in die Schule frisch eintretenden Kinder erhoben sind. Von nun an werden die Erhebungen wesentlich erweitert werden, sodaß spätere Bearbeiter in der Lage sein werden, die vorliegenden Ergebnisse nach mancher Richtung weiter auszudehnen. Auch das in unseren Zählkarten enthaltene Material ist noch in weiterer Hinsicht verwertbar, wie von andcrer Seite dargelegt werden wird.

Es erübrigt dem Verfasser, der K. Lokalschulkommission für die Erlaubnis, die Daten der Gesundheitsbogen zu sammeln, sowie auch den Herren Oberlehrern A. Pürchner, R. Roll und R. Vollmann an den drei in Betracht kommenden Schulen für ihr Entgegenkommen bei dieser unserer Tätigkeit ergebensten Dank abzustatten.

Meinem hochverehrten Lehrer, Herrn Prof. Dr. M. v. Pfaundler, erlaube ich mir am Schlusse meiner Arbeit für die Ueberlassung derselben und die freundlich und in weitgehendem Maße gewährte Unterstützung bei der Durchführung meinen wärmsten Dank auszudrücken.

Knaben 6 Jahre.

Tabelle B.

Abgerundete Körperlänge (L) in cm	Anzahl der Fälle				Daten zur Berechnung der Gauß-Kurve		
	absolut		relativ ‰		$\delta^2=(M-L)^2$ bzw. $(L-M)^2$	v	$\delta^2 \times v$
	beobachtet	berechnet	beobachtet	berechnet			
88	1	—	0.88	—	529	1	529
97	5	3.51	4.41	3.22	196	5	980
98	2	5.41	1.76	4.81	169	2	338
99	9	7.97	7.94	7.09	144	9	1296
100	11	11.60	9.70	10.32	121	11	1331
101	19	16.11	16.75	14.34	100	19	1900
102	23	21.85	20.28	19.45	81	23	1863
103	38	28.65	33.51	25.50	64	38	2432
104	42	36.35	37.04	32.35	49	42	2058
105	43	44.82	37.92	39.89	36	43	1548
106	47	53.24	41.45	47.38	25	47	1175
107	56	61.55	49.38	54.78	16	56	896
108	86	68.79	75.84	61.22	9	86	774
109	80	74.48	70.55	66.29	4	80	320
110	70	78.21	61.73	69.61	1	70	70
111	90	79.39	79.36	70.66	0	90	—
112	79	78.21	69.66	69.61	1	79	79
113	69	74.48	60.85	66.29	4	69	276
114	82	68.79	72.31	61.22	9	82	738
115	60	61.55	52.91	54.78	16	60	960
116	64	53.24	56.44	47.38	25	64	1600
117	33	44.22	29.10	39.89	36	33	1188
118	37	36.35	32.63	32.35	49	37	1813
119	19	28.65	16.75	25.50	64	19	1216
120	19	21.85	16.75	19.45	81	19	1539
121	13	16.11	11.46	14.34	100	13	1300
122	9	11.60	7.94	10.32	121	9	1089
123	12	7.97	10.58	7.09	144	12	1728
124	3	5.41	2.64	4.81	169	3	507
125	3	3.51	2.64	3.22	196	3	588
126	2	—	1.76	—	225	2	450
127	1	—	0.88	—	256	1	256
128	2	—	1.76	—	289	2	578
129	2	—	1.76	—	324	2	648
130	1	—	0.88	—	361	1	361
133	1	—	0.88	—	484	1	484
135	1	—	0.88	—	576	1	576
	n=1134	1103.87*	1000.16**	993.16**			35484

Zu Tabelle B.

Arithmetisches Längenmittel	$M = 110.9030$
Oszillations-Exponent (Ihering)	$o = 4.3968$
Mittlere Abweichung des Einzelwertes (zugleich Abszisse der Inflexionspunkte der Gaußkurve)	$f = x_1 = \pm 5.5962$
Mittlere Abweichung des arithmetischen Mittels	$F = \pm 0.1662$
Wahrscheinliche Abweichung des Einzelwertes	$r = \pm 3.7747$
(Dieselbe, Nährungswert	$r^1 = \pm 3.7166$)
Wahrscheinliche Abweichung des arithmetischen Mittels	$R = \pm 0.1121$
Parameter der Gaußkurve (Präzisionskonstante)	$h = 0.1263$
Scheitelordinate der Gaußkurve	$y_o = 0.0713$
Ordinate des Inflexionspunktes	$y_1 = 0.0432$

Knaben 7 Jahre.

Tabelle C.

Abgerundete Körperlänge (L) in cm	Anzahl der Fälle				Daten zur Berechnung der Gauß-Kurve		
	absolut		relativ ‰		$\delta^2=(M-L)^2$ bzw. $(L-M)^2$	v	$\delta^2 \times v$
	beobachtet	berechnet	beobachtet	berechnet			
94	1	—	1.37	—	400	1	400
97	2	—	2.75	—	289	2	578
98	2	1.19	2.75	1.64	256	2	512
99	5	1.84	6.87	2.54	225	5	1125
100	4	2.86	5.49	3.95	196	4	784
101	4	4.16	5.49	5.75	169	4	676
102	6	6.07	8.24	8.39	144	6	864
103	8	8.42	10.99	11.64	121	8	968
104	6	11.50	8.24	15.91	100	6	600
105	14	15.11	19.23	20.89	81	14	1134
106	13	19.38	17.86	26.81	64	13	832
107	24	24.11	32.97	33.34	49	24	1176
108	26	29.14	35.71	40.30	36	26	936
109	41	34.23	56.32	47.34	25	41	1025
110	45	39·01	61.81	53.95	16	45	720
111	41	43.16	56.32	59.69	9	41	369
112	46	46.45	63.19	64.24	4	46	184
113	62	48.51	85.16	67.09	1	62	62
114	42	49.24	57.69	69.10	0	42	—
115	50	48.51	68.68	67.09	1	50	50
116	51	46.45	70.00	64.24	4	51	204
117	50	43.16	68.68	59.69	9	50	450
118	41	39.01	56.32	53.95	16	41	626
119	32	34.23	43.96	47.34	25	32	800
120	16	29.14	21.98	40.30	36	16	576
121	25	24.11	34.34	33.34	49	25	1225
122	21	19.38	28.85	26.81	64	21	1344
123	12	15.11	16.48	20.89	81	12	972
124	12	11.50	16.48	15.91	100	12	1200
125	8	8.42	10.99	11.64	121	8	968
126	6	6.07	8.24	8.39	144	6	864
127	5	4.16	6.87	5.75	169	5	845
128	3	2.86	4.12	3.95	196	3	588
129	1	1.84	1.37	2.54	225	1	225
130	1	1.19	1.37	1.64	256	1	256
133	2	—	2.75	—	361	2	722
	n=728	719.52*	999.93**	996.04**			24890

Zu Tabelle C.

Arithmetisches Längenmittel	$M = 114.0468$
Oszillations-Exponent (Ihering)	$o = 4.5797$
Mittlere Abweichung des Einzelwertes (zugleich Abszisse der Inflexionspunkte der Gaußkurve)	$f = x_i = \pm 5.8511$
Mittlere Abweichung des arithmetischen Mittels	$F = \pm 0.2169$
Wahrscheinliche Abweichung des Einzelwertes	$r = \pm 3.9465$
(Dieselbe, Nährungswert	$r^1 = \pm 3.8712$)
Wahrscheinliche Abweichung des arithmetischen Mittels	$R = \pm 0.1463$
Parameter der Gaußkurve (Präzisionskonstante)	$h = 0.1208$
Scheitelordinate der Gaußkurve	$y_o = 0.0682$
Ordinate des Inflexionspunktes	$y_i = 0.0413$

Mädchen 6 Jahre.

Tabelle D.

Abgerundete Körperlänge (L) in cm	Anzahl der Fälle				Daten zur Berechnung der Gauß-Kurve		
	absolut		relativ ‰		$\delta^2=(M-L)^2$ bzw. $(L-M)^2$	v	$\delta^2 \times v$
	beobachtet	berechnet	beobachtet	berechnet			
90	1	—	1.04	—	380.25	1	380.25
93	2	—	2.08	—	272.25	2	544.50
95	1	2.18	1.04	2.30	210.25	1	210.25
96	1	3.42	1.04	3.60	182.25	1	182.25
97	6	5.22	6.25	5.50	156.25	6	937.50
98	6	7.78	6.25	8.20	132.25	6	793.50
99	8	11.20	8.34	11.80	110.25	8	882.—
100	9	15.56	9.38	16.40	90.25	9	812.25
101	33	20.88	34.38	22.00	72.25	33	2384.25
102	29	27.24	30.22	28.70	56.25	29	1631.25
103	21	34.26	21.88	36.10	42.25	21	887.25
104	42	41.76	43.76	44.00	30.25	42	1270.50
105	47	49.21	48.97	51.85	20.25	47	951.75
106	51	56.13	53.14	59.15	12.25	51	624.75
107	76	62.02	79.19	65.35	6.25	76	475.—
108	73	66.19	76.07	69.75	2.25	73	164.25
109	77	68.42	80.23	72.10	0.25	77	19.25
110	48	68.42	50.02	72.10	0.25	48	12.—
111	66	66.19	68.77	69.75	2.25	66	148.50
112	72	62.02	75.02	65.35	6.25	72	450.—
113	77	56.13	80.23	59.15	12.25	77	943.25
114	48	49.21	50.02	51.85	20.25	48	972.—
115	31	41.76	32.29	44.00	30.25	31	937.75
116	37	34.26	38.55	36.10	42.25	37	1563.25
117	25	27.24	26.05	28.70	56.25	25	1406.25
118	19	20.88	19.80	22.00	72.25	19	1372.75
119	13	15.56	13.55	16.40	90.25	13	1173.25
120	15	11.20	15.63	11.80	110.25	15	1653.75
121	6	7.78	6.25	8.20	132.25	6	793.50
122	7	5.22	7.29	5.50	156.25	7	1093.75
123	4	3.42	4.17	3.60	182.25	4	729.—
124	2	2.18	2.08	2.30	210.25	2	420.50
125	—	—	—	—	—	—	—
126	4	—	4.17	—	272.25	4	1089.—
127	—	—	—	—	—	—	—
128	1	—	1.04	—	342.25	1	342.25
129	1	—	1.04	—	380.25	1	380.25
130	1	—	1.04	—	420 25	1	420.25
	n=960	942.94*	1000.27**	993.60**			29054.—

Zu Tabelle D.

Arithmetisches Längenmittel	$M = 109.7146$
Oszillations-Exponent (Ihering)	$o = 4.3583$
Mittlere Abweichung des Einzelwertes (zugleich Abszisse der Inflexionspunkte der Gaußkurve)	$f = x_f = \pm 5.5040$
Mittlere Abweichung des arithmetischen Mittels	$F = \pm 0.1776$
Wahrscheinliche Abweichung des Einzelwertes	$r = \pm 3.7125$
(Dieselbe, Nährungswert	$r^1 = \pm 3.6841$)
Wahrscheinliche Abweichung des arithmetischen Mittels	$R = \pm 0.1198$
Parameter der Gaußkurve (Präzisionskonstante)	$h = 0.1285$
Scheitelordinate der Gaußkurve	$y_o = 0.0725$
Ordinate des Inflexionspunktes	$y_f = 0.0440$

Mädchen 7 Jahre. Tabelle E.

Abgerundete Körperlänge (L) in cm	Anzahl der Fälle				Daten zur Berechnung der Gauß-Kurve		
	absolut		relativ ‰		$\delta^2=(M-L)^2$ bzw. $(L-M)^2$	v	$\delta^2 \times v$
	beobachtet	berechnet	beobachtet	berechnet			
92	1	—	1.12	—	462.25	1	462.25
93	1	—	1.12	—	420.25	1	420.25
94	2	—	2.24	—	380.25	2	760.50
95	2	—	2.24	—	342.25	2	684.50
96	1	1.06	1.12	1.20	306.25	1	306.25
97	1	1.72	1.12	1.95	272.25	1	272.25
98	1	2.56	1.12	2.90	240.25	1	240.25
99	4	3.70	4.47	4.19	210.25	4	841.—
100	5	5.42	5.59	6.14	182.25	5	911.25
101	7	7.54	7.83	8.55	156.25	7	1093.25
102	8	10.27	8.95	11.64	132.25	8	1058 —
103	11	13.58	12.37	15.40	110.25	11	1292.75
104	17	17.68	19.01	20.05	90.25	17	1534.25
105	22	22.23	24.61	25 20	72.25	22	1589.50
106	31	27.39	34.67	31.05	56.25	31	1743 75
107	34	32.77	38.03	37.15	42.25	34	1436.50
108	34	38.23	38.03	43.34	30.25	34	1028.50
109	43	43.53	48.10	49.35	20.25	43	870.75
110	55	48.25	61 52	54.71	12.25	55	673.75
111	67	52.21	74.94	59.20	6.25	67	418.75
112	50	54.82	55.93	62.15	2.25	50	112.50
113	61	56.36	68.23	63.90	0.25	61	15.25
114	60	56.36	67.11	63.90	0.25	60	15.—
115	59	54.82	65.99	62.15	2.25	59	132.75
116	53	52.21	59.28	59.20	6.25	53	331.25
117	51	48.25	57.05	54.71	12.25	51	624.75
118	52	43 53	58.16	49.35	20.25	52	1053.—
119	37	38.23	41.39	43.34	30.25	37	1119.25
120	33	32.77	36.91	37.15	42.25	33	1394.25
121	26	27.39	29.08	31.05	56.25	26	1462.50
122	10	22.23	11.19	25.20	72.25	10	722.50
123	13	17.68	14.54	20.05	90.25	13	1173.25
124	9	13.58	10.07	15.40	110.25	9	992.25
125	8	10.27	8.95	11.64	132.25	8	1058.—
126	10	7.54	11.19	8.55	156.25	10	1562.50
127	3	5.42	3.36	6.14	182.25	3	546.75
128	3	3.70	3.36	4.19	210.25	3	630.75
129	2	2.56	2.24	2.90	240.25	2	480.50
130	1	1.72	1.12	1.95	272.25	1	272.25
131	—	1.06	—	1.20	—	—	—
133	2	—	2.24	—	380.25	2	760.50
134	1	—	1.12	—	420.25	1	420.25
137	2	—	2.24	—	552.25	2	1104.50
145	1	—	1.12	—	992.25	1	992.25
	n=894	878.64*	1000.07**	993.14**			34535.50

* Gesammtzahl geringer, da die extremen Werte unberücksichtigt blieben.
** Abweichung von 1000 bedingt durch die Fehlergrenzen der Berechnung.

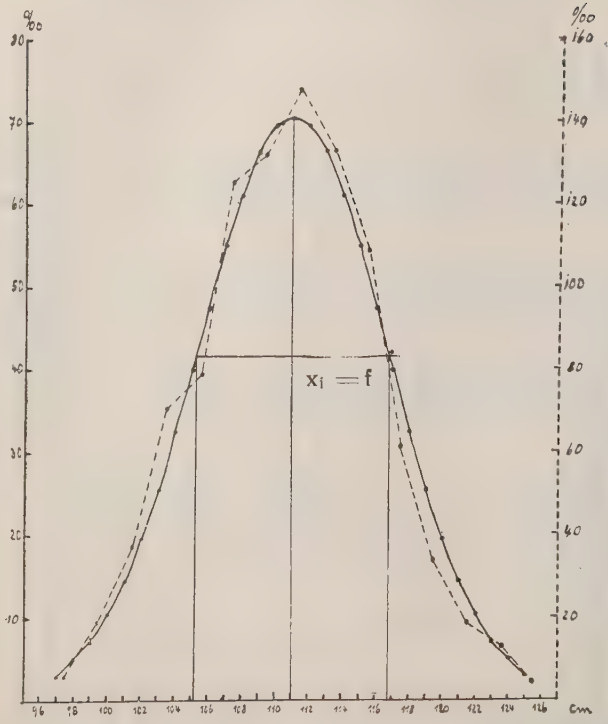
Zu Tabelle E.

Arithmetisches Längenmittel	$M = 113.3098$
Oszillations-Exponent (Ihering)	$o = 4.7998$
Mittlere Abweichung des Einzelwertes (zugleich Abszisse der Inflexionspunkte der Gaußkurve)	$f = x_i = \pm 6.2183$
Mittlere Abweichung des arithmetischen Mittels	$F = \pm 0.2080$
Wahrscheinliche Abweichung des Einzelwertes	$r = \pm 4.1946$
(Dieselbe, Nährungswert	$r^1 = \pm 4.0572$)
Wahrscheinliche Abweichung des arithmetischen Mittels	$R = \pm 0.1403$
Parameter der Gaußkurve (Präzisionskonstante)	$h = 0.1137$
Scheitelordinate der Gaußkurve	$y_o = 0.0642$
Ordinate des Inflexionspunktes	$y_i = 0.0389$

Tafel II

Knaben 6 Jahre

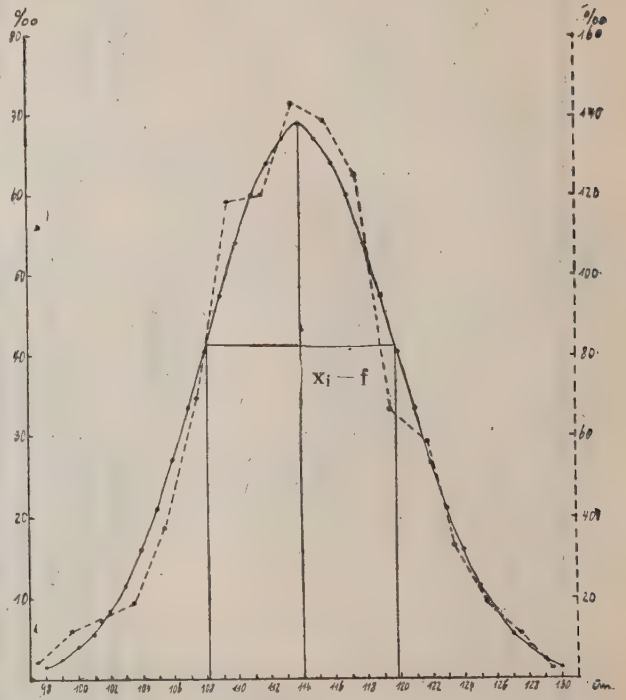
Eigene Beobachtung
------ nach Beobachtung
——— nach Berechnung



Tafel III

Knaben 7 Jahre

Eigene Beobachtung
------ nach Beobachtung
——— nach Berechnung

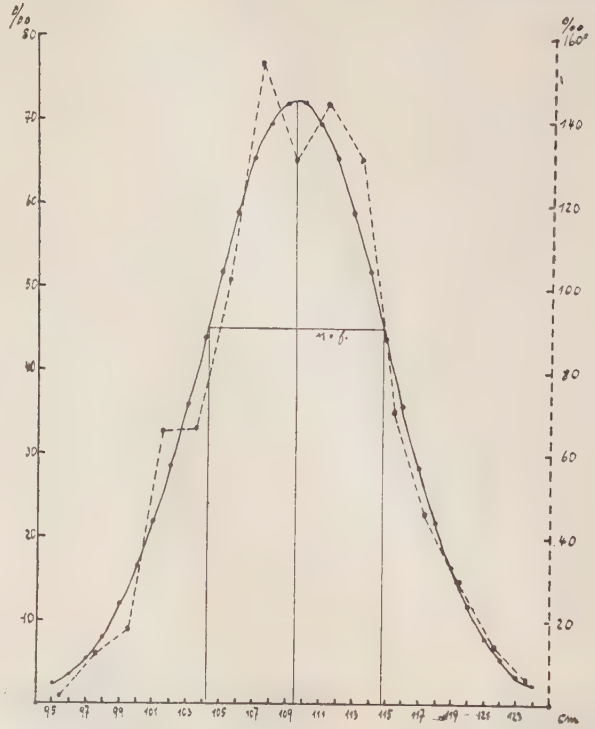


Die Punkte der nach der Anzahl der beobachteten Fälle gezeichneten gestrichelten Kurven fassen immer je zwei benachbarte Längengruppen (z. B. 97 und 98 cm, 99 und 100 cm) zusammen; daher der doppelte Maßstab (rechts).

Tafel IV

Mädchen 6 Jahre

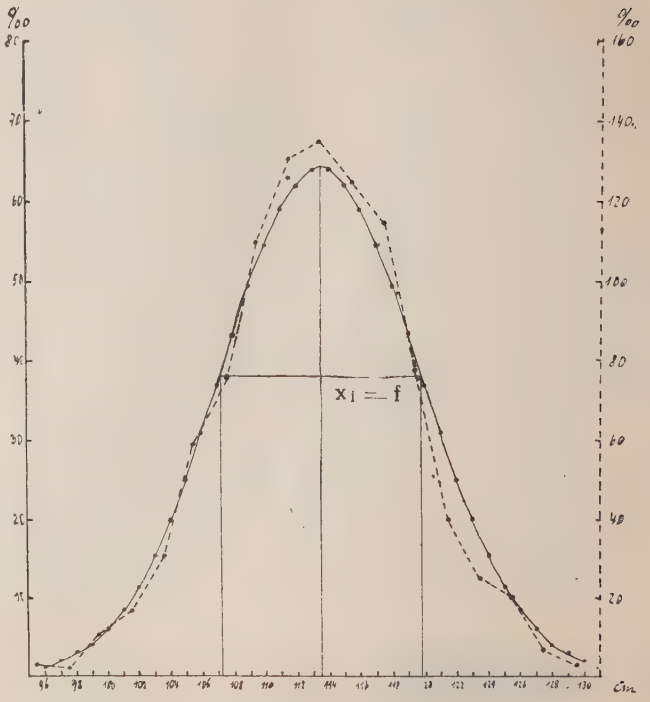
Eigene Beobachtung
nach Beobachtung
nach Berechnung



Tafel V

Mädchen 7 Jahre

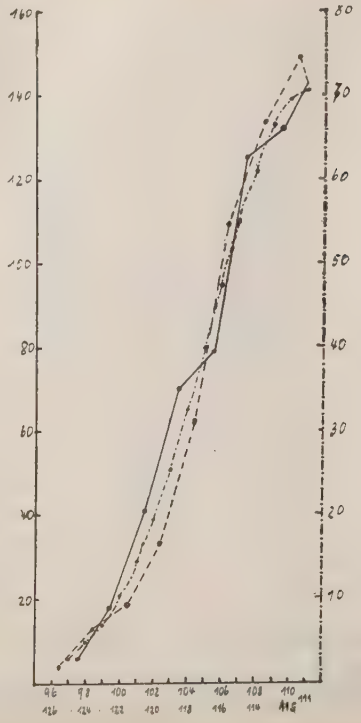
Eigene Beobachtung
nach Beobachtung
nach Berechnung



Tafel VI

Knaben 6 Jahre
Der absteigende rechte Ast der beobachteten Kurve als Spiegelbild projiziert auf die linke Seite (Minusvariante)

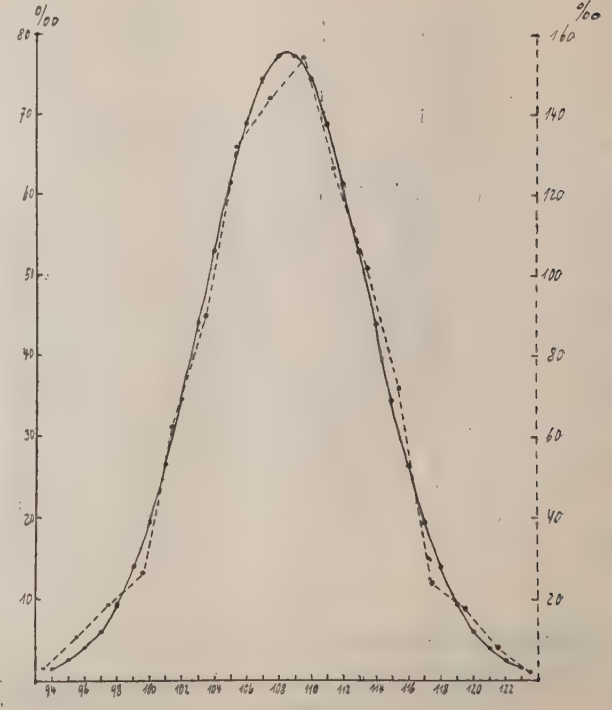
------ Minusschenkel
——— Plusschenkel
- - - - - - berechnete Kurve



Tafel VII

Knaben $6^1/_2$—7 Jahre nach Geißler-Uhlitzsch.

------ nach Beobachtung
——— nach Berechnung

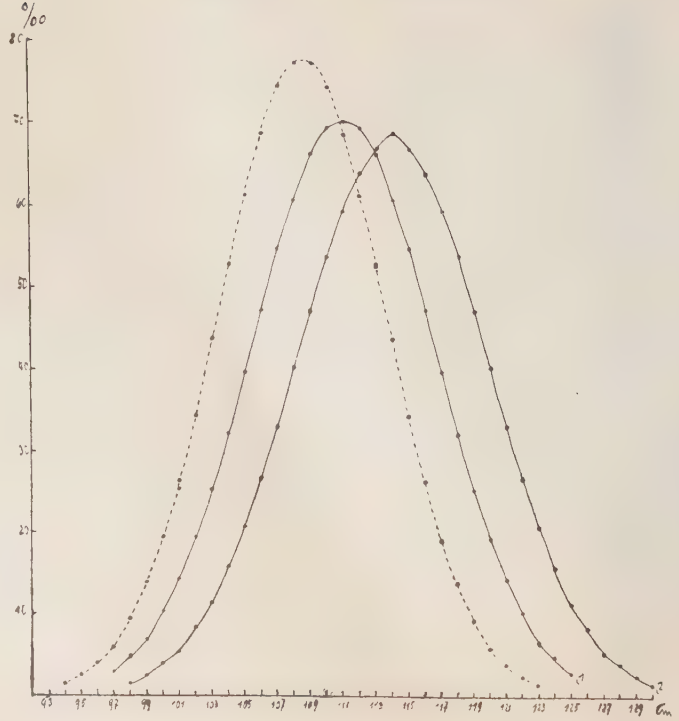


Vergleich der theoretischen Kurven unter einander und mit der nach Geißler-Uhlitzsch.

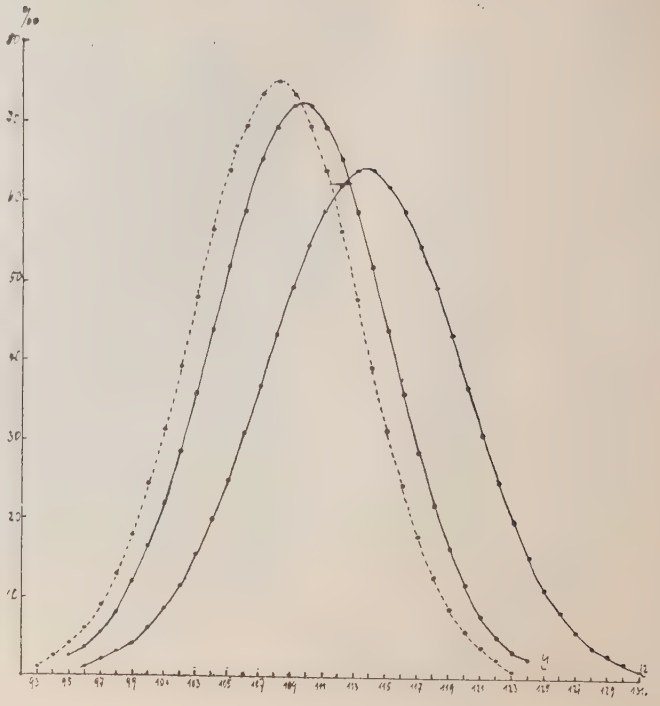
------ nach Geißler-Uhlitzch Knaben von 6½—7 Jahre.

——— Eigene Beobachtung
1) 6 Jahre und
2) 7 „

Knaben Tafel VIII



Mädchen Tafel IX



Literatur.

Geissler und Uhlitzsch, Die Größenverhältnisse der Schulkinder im Schulinspektionsbezirk Freiberg i. S. Zeitschr. des K. sächsischen stat. Büros, 34. Jahrg. 1888.

Goldschmidt, Die Artbildung im Lichte der neueren Erblichkeitslehre. Vortrag abgedruckt in „Die Abstammungslehre". Gustav Fischer, Jena 1911.

Jhering, Archiv für Anthropologie, Bd. 10 S. 411.

Knapp, A. Quetelet als Theoretiker. Hildebrandts Jahrbücher für Nationalökonomie und Statistik 18. Bd. S. 106 ff.

Lexis, Ueber die Theorie der Stabilität statistischer Reihen. Ebenda, Bd. 31. S. 60.

J. Ranke, „Der Mensch" Bibliographisches Institut Leipzig und Wien 1911.

K. E. Ranke und Greiner, Das Fehlergesetz und seine Verallgemeinerung durch Fechner und Pearson in ihrer Tragweite für die Anthropologie. Archiv für Anthropologie. N. F. Band 2. 1904.

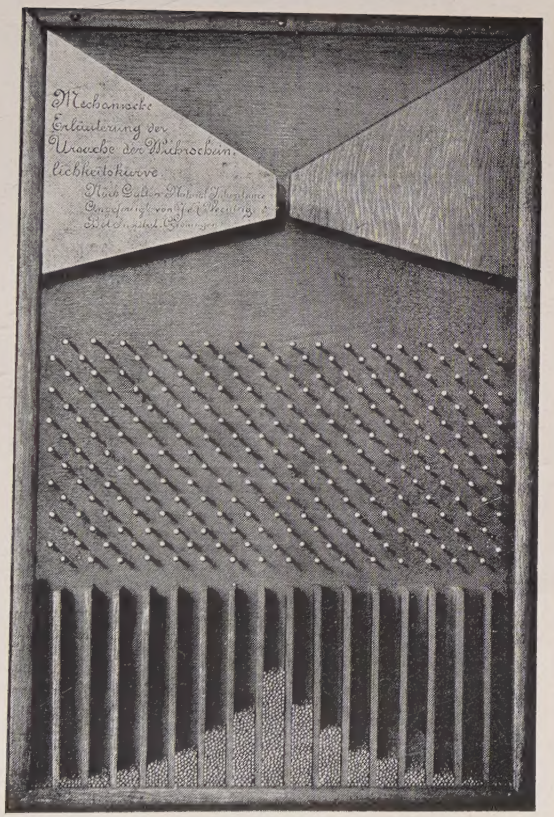
Samosch, Körpergröße- und Gewichtsverhältnisse der Schulkinder. Schulhygienisches Taschenbuch. Leopold Voss. Hamburg und Leipzig 1907.

Stieda, Ueber die Anwendung der Wahrscheinlichkeitsrechnung in der anthropologischen Statistik. Archiv für Anthropologie. Bd. 14. 1883.

Lebenslauf.

Am 17. März 1888 wurde ich zu Ludwigshafen in der Rheinpfalz geboren. In Mannheim besuchte ich später das Gymnasium. 19 Jahre alt, erhielt ich daselbst mein Reifezeugnis. Sämtliche fünf vorklinischen Semester verbrachte ich in München. Nach bestandenem Vorexamen besuchte ich zwei Semester der Universität Göttingen, ein Semester brachte ich in Kiel zu. Dann kehrte ich nach München für zwei Semester zurück und bestand dort im Frühjahr 1913 mein Staatsexamen.

Fig. 1.



Galtons Zufallsapparat.

(Aus Goldschmidt, Vererbungswissenschaft.)